Laborationsanvisning – lab 1

Genomgång av utrustning och mätmetoder för ljud och vibrationer

Laboration 1 handlar om att bekanta sig med mätmetoder för ljud och vibrationer. Den består av två moment där det första momentet går ut på att mäta frekvensen i en gitarrsträng och det andra handlar om att mäta vibrationer och egensvängningar i en träbalk.

Teori – Egensvängning i sträng

Vågekvationen för en sträng är

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

Där w är strängens transversella förskjutning, våghastigheten $c = \sqrt{F/\mu}$, med dragkraften F och längddensiteten μ. Randvärden, alltså föreskrivna förskjutning i ändarna är $w(0,t) = w(L,t) = 0$.

Förberedelser

Den lägsta egenfrekvensen och motsvarande egenmod för strängen när den är fastsatt i båda ändar fås när precis en halv våglängd ryms mellan $x = 0$ och $x = L$. Uttryck egenfrekvensen i F, μ och L.

Utförande

En sträng är fastspänd i båda ändar där längden L kan varieras genom att hålla fast ena änden vid olika lägen som i en gitarr, och spännkraften F kan varieras genom att hänga tyngder i strängarna (häng inte över 7kg!).
Frekvensen på tonen som hörs när man knäpper på strängen mäts genom att spela in tonen med dator och göra en frekvensanalys i programmet Audacity.

Mät egenfrekvensen som funktion av F och L. Variera en variabel i taget medan den andra hålls konstant. Plotta i ett diagram uppmätta och teoretiskt framräknade frekvenser som funktion av roten på kraften i strängen och i ett nytt diagram uppmätta och teoretiskt framräknade frekvenser som funktion av ett delat med längden så borde det bli linjära kurvor. Se till så ni har mätt upp allt ni behöver innan ni lämnar laborationen.

Teori – Böjsvängning i balk

För transversella böjvågor i balkar är vågekvationen

$$B\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

Där B är balkens böjstyvhet som för ett rektangulärt tvärsnitt är

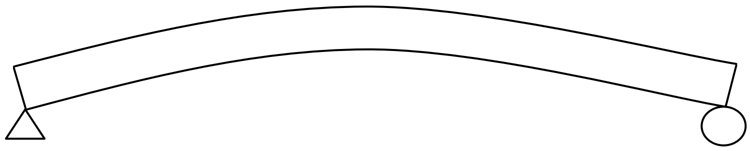
$$B = EI = E\frac{bh^3}{12}$$

$S = b{\cdot}h$ är balkens tvärsnittsarea, E är E-modulen i den longitudinella riktningen och ρ är densiteten. h är höjden, d v s balkens dimension i riktningen som den svänger. Våghastigheten för en böjvåg är beroende av frekvensen enligt

$$c_f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{B}{\rho S}} = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{Eh^2}{12\rho}}$$

Egensvängningar i balkar inträffar om balkens våglängd (utböjningsformen) stämmer överens med avståndet mellan stöden, se Figur 1. För en fritt upplagd balk gäller att den lägsta egenfrekvensen inträffar om exakt en halv våglängd ryms på balkens längd, $L = \lambda/2$. Då är

$$k = \frac{2\pi f}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$



Figur 1. Utböjningsform för lägsta egenfrekvensen i böjsvängningen.

Från de uttrycken kan vi lösa ut egenfrekvensen för den lägsta egenfrekvensen

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \cdot \sqrt{\frac{Eh^2}{12\rho}}$$

Man får alltså en egenfrekvens för svängning i horisontalled och en för svängning i vertikalled genom att byta ut h från höjd till bredd. Högre egenfrekvenser, den n:te, kan man få genom att multiplicera f_0 med n^2, där n = 2, 3, 4 osv, så att $f_n = f_0{\cdot}n^2$. Mest rörelseenergi finner man dock vid den lägsta egenfrekvensen, så den är mest intressant att studera och lättast att hitta.

När man knackar till en balk på mitten kommer den att svänga som ett SDOF-system. Den kommer då att svänga med den lägsta egenfrekvensen med en våglängd som är halva balken.

Titta även över avsnittet i SDOF som handlar om homogen lösning samt avsnitt 2.3.6 – 2.3.7 i kompendiet.

Förberedelseuppgifter

Följande uppgifter ska vara lösta innan man kommer till laborationen. De diskuteras med lab-handledaren i början av laborationen.

En träbalk har måtten $l{\times}h{\times}b$ = 5×0.22×0.06 m, E-modulen E = 12 GPa och densiteten ρ = 500 kg/m^3.

1. Räkna ut våghastigheten för en longitudinell våg i träbalken ovan.

2. Beräkna hur lång tid det tar för en longitudinalvåg att färdas från en kant till den motsatta kanten, reflekteras och färdas tillbaka till den första kanten, alltså totalt balkens dubbla längd.

3. Beräkna den lägsta egenfrekvensen för böjsvängning i både x- och y-led.

4. Ta med ett USB-minne till laborationen.

Utförande

Egensvängning i balk

En träbalk är fritt upplagd på högkant i stegljudslabbet. Två accelerometrar som mäter accelerationen som funktion av tiden i två riktningar sitter fast på balken, en sitter mitt på ena kortsidan (ansluten till port 1) och en sitter mitt på balken (ansluten till port 2). Accelerometern på mitten kan användas till att mäta böjsvängningar i både *x*- och *y*-led.

Mätprogrammet kan visa och spara data från en accelerometer i taget. Det visar accelerationen som funktion av tiden för acceleration i både *x*- och *y*-led. Det kan också visa frekvensinnehållet hos svängningen i realtid (fft-analys – Fast Fourier Transform).

Undersök balkens svängningar genom att excitera den med ett hammarslag. Man knackar på balken i den riktning man vill att den ska svänga. Lyssna på hur balken låter när man knackar på mitten i båda riktningarna och på en kortsida. En hög ton innebär en hög egenfrekvens i den riktningen.

Se på hur accelerationen varierar beroende på i vilken riktning ni knackar. Identifiera vilken acceleration som gäller i vilken riktning. Se också hur frekvensinnehållet hos accelerationens olika riktningar beter sig vid excitationerna. Observera att det bara går att se fft-analys för en riktning i taget, *x* eller *y*. Se om ni kan identifiera om någon frekvens dominerar – tänk på att frekvensskalan är logaritmerad. Stämmer denna frekvens överens med resultatet från förberedelseuppgifterna?

Avsluta med att spara en mätning i vardera transversella riktningen (accelerometern i port 2) genom att klicka på ”logga”, knacka i en riktning och sedan ”avsluta loggning”. Resultaten sparas i en fil som ni kopierar till ert USB-minne och tar med för efteranalys. Titta på datafilen och se till att ni förstår hur datan är lagrad. Spara också Matlab-filen som ni ska använda för analysen, filnamnet är ”Lab1utv.m”

Glöm inte att kontrollmäta balkens dimensioner. När det gäller böjsvängningar är *L* = avståndet mellan stöden.

Analys

Resultatet från vibrationsmätningen ska ni analysera så att ni får fram ett frekvensspektrum likt den fft-analysen ni kunde se på mätdatorn (fast då i realtid). Det gör ni i Matlab och med hjälp av ett matlab-program ni kopierat från skrivbordet på mätdatorn. Filen finns även på kurshemsidan. Där klistrar ni in era mätdata, mellan klamrarna efter ”Data =” så att det står t ex

```
% Här mellan klamrarna klistrar ni in mätdata.
Data = [84.698          64.57      45.05      1.165      -0.396
84.706     64.56      45.05      1.165      -0.396
84.714     64.56      45.06      1.165      -0.395
84.720     64.55      45.06      1.164      -0.396
...en massa rader...
84.714     64.56      45.06      1.165      -0.395
84.720     64.55      45.06      1.164      -0.396];
% Slut på data
```

Ta bort de mätpunkter (rader) som är före excitationen, vilket ni ser på när accelerationen börjar svänga. Det är bara det som händer efter att man knackar på balken som är intressant och som ska tas med i analysen.

Plotta accelerationsdata för svängningarna i de båda riktingarna och respektive frekvensspektra. Identifiera frekvenstoppar och jämför med förväntade teoretiska värden.

Laborationsrapport

Generellt kan man säga att en laborationsrapport kortfattat ska beskriva

- Teorin bakom laborationen.
- En beskrivning av vad ni gjort och hur ni gjort det.
- Vilka resultat ni kommit fram till.
- En förklaring, diskussion eller reflektion över resultaten.
- En diskussion över hur pass noggranna och tillförlitliga mätningarna är, samt över eventuella felkällor.

Tänkt målgrupp för laborationsrapporten ska vara en annan student som ska kunna ta rapporten som handledning, gå ner i labbet, göra om laborationen och få samma resultat.

Följande resultat ska ingå i rapporten:

- Två diagram med uppmätta och beräknade strängfrekvenser, som funktion av roten ur kraften i det ena och som funktion av ett genom längden i det andra
- Plottade accelerationer från balken
- Plottade frekvensspektra och uppskattade egenfrekvenser för balken från Matlab-analysen
- Jämförelser med de lösta förberedelseuppgifterna

Försökt att diskutera och förklara utseendet på alla plottar ni redovisar. Komplettera gärna med bilder på utförandet!

Laborationsrapporten ska vara datorskriven, utskriven och häftad. Den lämnas i Kristians fack på 4:e våningen intill fikarummet senast en vecka efter laborationstillfället. Laborationsrapporten godkänns eller lämnas tillbaka för komplettering.