Formelsamling – Ljud i byggnad och samhälle

Några räkneregler för logaritmer:

$y = \log x \quad \Leftrightarrow \quad 10^y = x$

$\log(10^x) = x$

$10^{\log x} = x$

$10^{x+y} = 10^x \cdot 10^y$

$\frac{10^x}{10^y} = 10^{x-y}$

$\log(x \cdot y) = \log x + \log y$

$\log\left(\frac{x}{y}\right) = \log x - \log y$

$\log(x^n) = n \cdot \log(x)$

$10^0 = 1$

$\log 1 = 0$

Några grundläggande akustiska definitioner och räkneregler

1-dimensionell plan ljudvåg som utbreder sig i positiv *x*-riktning:

$$p(x,t) = A\cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c}x + \varphi\right) = Ae^{i(\omega t - kx + \varphi)}$$

Effektivvärde (rms) för ljudtrycket i en punkt:

$$\tilde{p} = \sqrt{\frac{1}{\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} p^2(t)dt}$$

Ljudtrycksnivå (ljudnivå):

$$L_p = 10\log\left(\frac{\tilde{p}^2}{p_{ref}^2}\right)$$, där $p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5}$ Pa

Ekvivalent ljudnivå:

$$L_{eq,T} = 10\log\left(\frac{1}{T}\int_0^T \frac{p^2(t)}{p_{ref}^2}dt\right) =$$

$$= 10\log\left(\frac{1}{T}\int_0^T 10^{L_p(t)/10} dt\right)$$

Vägd ljudnivå:

$$L_{vägd} = 10\log\left(\Sigma 10^{(L_n + vägning)/10}\right)$$

Frekvens [Hz]	A-filter [dB]	B-filter [dB]	C-filter [dB]
10	-70.4	-38.2	-14.3
12.5	-63.4	-33.2	-11.2
16	-56.7	-28.5	-8.5
20	-50.5	-24.2	-6.2
25	-44.7	-20.4	-4.4
31.5	-39.4	-17.1	-3.0
40	-34.6	-14.2	-2.0
50	-30.2	-11.6	-1.3
63	-26.2	-9.3	-0.8
80	-22.5	-7.4	-0.5
100	-19.1	-5.6	-0.3
125	-16.1	-4.2	-0.2
160	-13.4	-3.0	-0.1
200	-10.9	-2.0	0
250	-8.6	-1.3	0
315	-6.6	-0.8	0
400	-4.8	-0.5	0
500	-3.2	-0.3	0
630	-1.9	-0.1	0
800	-0.8	0	0
1000	0	0	0
1250	0.6	0	0
1600	1.0	0	-0.1
2000	1.2	-0.1	-0.2
2500	1.3	-0.2	-0.3
3150	1.2	-0.4	-0.5
4000	1.0	-0.7	-0.8
5000	0.5	-1.2	-1.3
6300	-0.1	-1.9	-2.0
8000	-1.1	-2.9	-3.0
10000	-2.5	-4.3	-4.4
12500	-4.3	-6.1	-6.2
16000	-6.6	-8.4	-8.5
20000	-9.3	-11.1	-11.2

Addition av två ljudkällor (är de okorrelerade försvinner sista termen):

$$\tilde{p}_{tot}^2 = \tilde{p}_1^2 + \tilde{p}_2^2 + \frac{2}{\Delta t}\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} p_1(t)\,p_2(t)\,dt$$

Addition av N st okorrelerade ljudkällor:

$$L_{p,tot} = 10\log\left(\sum_{n=1}^{N} 10^{L_{p,n}/10}\right)$$

Enfrihetsgradssystem

Enfrihetsgradssytemet med en massa, fjäder och en dämpare leder till rörelseekvationen

$$M\ddot{u}(t) + R\dot{u}(t) + Ku(t) = F(t)$$

Som har en total lösning som består av en homogen och en partiklär del, $u(t) = u_h(t) + u_p(t)$. Den homogena lösningen är

$$u_h(t) = e^{-\frac{\eta}{2}\omega_0 t}\left(A_1 e^{i\omega_d t} + A_2 e^{-i\omega_d t}\right) = e^{-\frac{\eta}{2}\omega_0 t}\left(B_1 \sin(\omega_d t) + B_2 \cos(\omega_d t)\right)$$

där den odämpade resonansfrekvensen, dämpkonstanten och dämpade resonansfrekvensen förts in

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K}{M}} \qquad \eta = \frac{R}{\sqrt{MK}} = 2\zeta \qquad \omega_d = \omega_0\sqrt{1-\left(\frac{\eta}{2}\right)^2}$$

och partikulärlösningen för en drivande kraft $F(t) = F_{driv}\cos(\omega t) = \mathrm{Re}\left\{F_{driv}e^{i\omega t}\right\}$ är

$$u_p(t) = D_1\sin(\omega t) + D_2\cos(\omega t) \qquad \begin{cases} D_1 = \dfrac{R\omega}{\left(K - M\omega^2\right)^2 + \left(R\omega\right)^2}\cdot F_{driv} \\ D_2 = \dfrac{K - M\omega}{\left(K - M\omega^2\right)^2 + \left(R\omega\right)^2}\cdot F_{driv} \end{cases}$$

Endimensionell vågutbredning

Rörelseekvationen i fluider och fasta medier är

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \frac{\partial v}{\partial t}$$

För fluider gäller sambandet mellan tryck och partikelhastighet

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\gamma P_0 \frac{\partial v}{\partial x}$$

För fasta medier har vi motsvarande samband mellan kraft och förskjutning

$$F = -ES \frac{\partial u}{\partial x}$$

Vågekvationen för longitudinella vågor i en dimension uttryckt i ljudtryck är

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$$

där $c = \sqrt{\gamma P_0 / \rho}$ är utbredningshastigheten för tryckvågen i luft, $\gamma = 1.4$ och P_0 är atmosfärstryck. I fasta medier är utbredningshastigheten för longitudinella vågor $c = \sqrt{E/\rho}$. Trycket kan ersättas med partikelförskjutning, partikelhastighet, töjning eller kraft som fältvariabel i vågekvationen.

Den allmänna lösningen till vågekvationen är

$$p(x,t) = p_+(t - x/c) + p_-(t + x/c)$$

Den harmoniska lösningen på vågekvationen på komplex form (för fysikalisk tolkning, ta realdelen av resultatet) är

$$p(x,t) = \hat{p}_+ e^{i(\omega t - kx)} + \hat{p}_- e^{i(\omega t + kx)}$$

där $\hat{p}_+$ och $\hat{p}_-$ är tryckamplituderna för vågorna som utbreder sig i positiv respektive negativ riktning. ω är vinkelfrekvensen och $k = 2\pi/\lambda = \omega/c$ är vågtalet. Det ger

$$c = f\lambda$$

Specifik akustisk impedans definieras som

$$Z \equiv \frac{p}{v}$$

Specifik akustisk impedans för en endimensionell våg i luft som utbreder sig i positiv *x*-riktning) blir

$$Z = \frac{p_+}{v_+} = \rho c$$

För skjuvvågor kan man uttrycka vågekvationen med den transversella förskjutningen *w*

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\rho}{G} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \text{ där } c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

För böjvågor i balkar och plattor blir vågekvationen i en dimension

$$B\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \rho S\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0$$

där $B = E\dfrac{bh^3}{12}$ för rektangulärt tvärsnitt och utbredningshastigheten (fasens)

$$c_f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\omega} \cdot \sqrt[4]{\frac{B}{\rho S}}$$

Ljudenergi Π respektive ljudintensitet *I* är

$$\left.\begin{array}{l} \Pi(t) = F(t) \cdot v(t) \\ I(t) = \dfrac{\Pi(t)}{S} \end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad I(t) = p(t) \cdot v(t)$$

Utifrån ljudtrycket definieras ljudnivån som

$$L_p = 10\log\left(\frac{\tilde{p}^2}{p_{ref}^2}\right) \qquad \text{där } p_{ref} = 2 \cdot 10^{-5}\,\text{Pa}$$

Ljudeffektnivå och ljudintensitetsnivå beräknas utifrån respektive tidsmedelvärde enligt

$$L_\Pi = 10\log\left(\frac{\overline{\Pi}}{\Pi_{ref}}\right) \text{ och } L_I = 10\log\left(\frac{\bar{I}}{I_{ref}}\right)$$

där $\Pi_{ref} = 10^{-12}$ W och $I_{ref} = 10^{-12}$ W/m^2. Tidsmedelvärdena är

$$\overline{\Pi} = \frac{S}{T}\int_0^T p(t) \cdot v(t)dt \text{ och } \bar{I} = \frac{1}{T}\int_0^T p(t) \cdot v(t)dt$$

För en våg som fortplantar sig i positiv *x*-riktning gäller att $\bar{I} = \tilde{p}^2 / \rho c$.

Reflektion och transmission

Vid normalt infall mot en hård randyta blir tryckfunktionen

$$p(x,t) = 2\hat{p}_+ \cos(kx) \cdot e^{i\omega t}$$

och hastighetsfunktionen

$$v(x,t) = 2\hat{v}_+ \sin(kx) \cdot e^{i(\omega t - \pi/2)}$$

Helmholtz ekvation

$$\frac{\partial^2 p(x)}{\partial x^2} + k^2 p(x) = 0$$

har i det endimensionella fallet med två hårda randytor vid $x = 0$ och $x = L$ lösningen

$$p(x,t) = B\cos\left(\frac{n\pi}{L} x\right) \cdot e^{i2\pi f_n t}$$

där f_n är resonansfrekvenserna

$$f_n = \frac{c}{\lambda_n} = \frac{c}{2}\frac{n}{L}$$

I det tredimensionella fallet med sex hårda randytor blir egenfrekvenserna

$$f_{n_x,n_y,n_z} = \frac{c}{2}\sqrt{\left(\frac{n_x}{L}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{B}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{H}\right)^2}$$

Vid övergång från ett medium med vågimpedansen $Z_1 = \rho_1 c_1$ till ett medium med vågimpedansen $Z_2 = \rho_2 c_2$ blir transmissionsfaktorn t och reflektionsfaktorn r

$$t = \frac{\hat{p}_t}{\hat{p}_i} = \frac{2\rho_2 c_2}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

$$r = \frac{\hat{p}_r}{\hat{p}_i} = \frac{\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1}{\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

medan transmissionskoefficienten τ och reflektionskoefficienten ρ blir

$$\tau = \frac{I_t}{I_i} = \frac{4\rho_2 c_2 \cdot \rho_1 c_1}{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)^2} = \frac{4 Z_2 Z_1}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

$$\rho = \frac{I_r}{I_i} = \frac{|\rho_2 c_2 - \rho_1 c_1|^2}{(\rho_2 c_2 + \rho_1 c_1)^2} = \frac{|Z_2 - Z_1|^2}{(Z_2 + Z_1)^2}$$

Ljudisolering och absorption

Reduktionstal:

$$R \equiv 10 \cdot \log\left(\frac{\Pi_i}{\Pi_t}\right) = 10 \cdot \log\left(\frac{1}{\tau}\right)$$

Mätning av reduktionstal *R*:

$$R = L_s - L_m + 10\log\left(\frac{S}{A}\right)$$

Mätning av stegljudsnivå:

$$L_n = L_m + 10\log\left(\frac{A}{10}\right)$$

Sammansatt reduktionstal:

$$R = -10\log\left(\frac{1}{S}(S_1 10^{-R_1/10} + S_2 10^{-R_2/10} + \ldots)\right)$$

Springläckage:

$$R = -10 \cdot \log\left(10^{-R/10} + \frac{S_s}{S}\right)$$

Sabines formel:

$$T = 0{,}16 \cdot \frac{V}{A}$$

Masslagen för enkelvägg:

$$R_0 = 20\log\frac{\pi f m''}{2\rho c}$$

Koincidensfrekvens (kritisk frekvens)

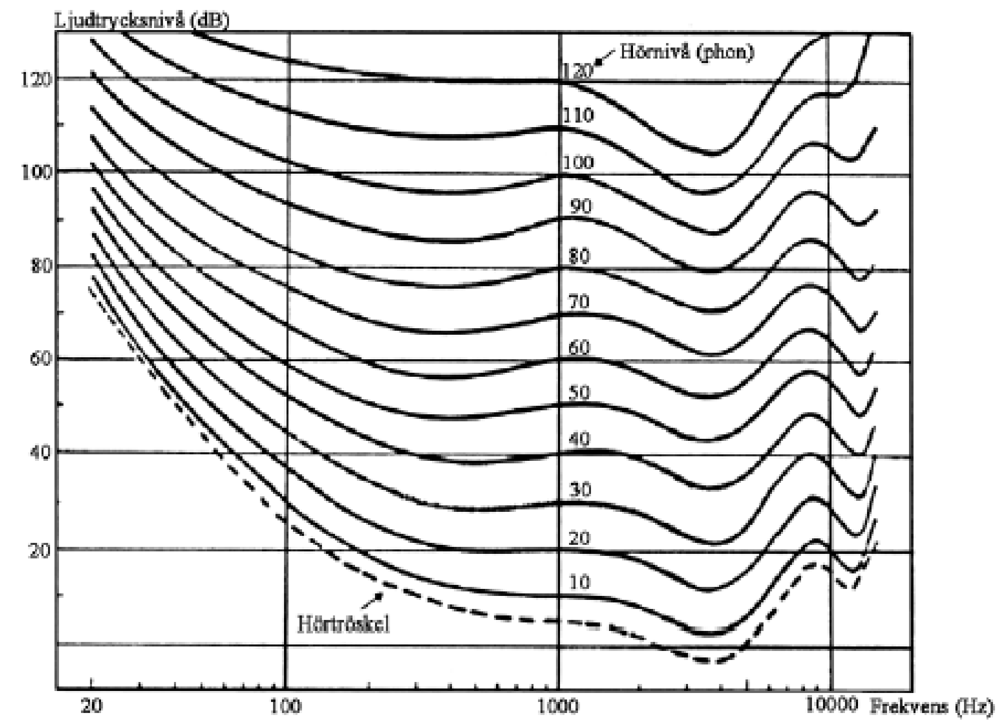
$$f_c = \frac{c_0^2}{2\pi}\sqrt{\frac{m''}{B}} = K/h$$

Tabeller

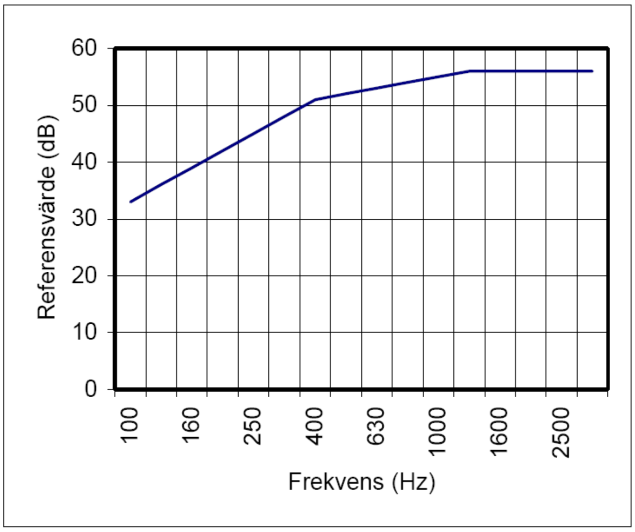
Oktavband och tersband:

Mittfrekvens f_m (Hz)	Tersfilter $f_u - f_ö$ (Hz)	Oktavfilter $f_u - f_ö$ (Hz)	Mittfrekvens f_m (Hz)	Tersfilter $f_u - f_ö$ (Hz)	Oktavfilter $f_u - f_ö$ (Hz)
50	44,7 – 56,2		800	708 – 891	
63	56,2 – 70,8	44,7 – 89,1	**1000**	891 – 1120	708 – 1410
80	70,8 – 89,1		1250	1120 – 1410	
100	89,1 – 112		1600	1410 – 1780	
125	112 – 141	89,1 – 178	**2000**	1780 – 2240	1410 – 2820
160	141 – 178		2500	2240 – 2820	
200	178 – 224		3150	2820 – 3550	
250	224 – 282	178 – 355	**4000**	3550 – 4470	2820 – 5620
315	282 – 355		5000	4470 – 5620	
400	355 – 447		6300	5620 – 7080	
500	447 – 562	355 – 708	**8000**	7080 – 8910	5620 – 11200
630	562 – 708		10000	8910 – 11200	

Phonkurvor:



Referenskurva för luftljudisolering:

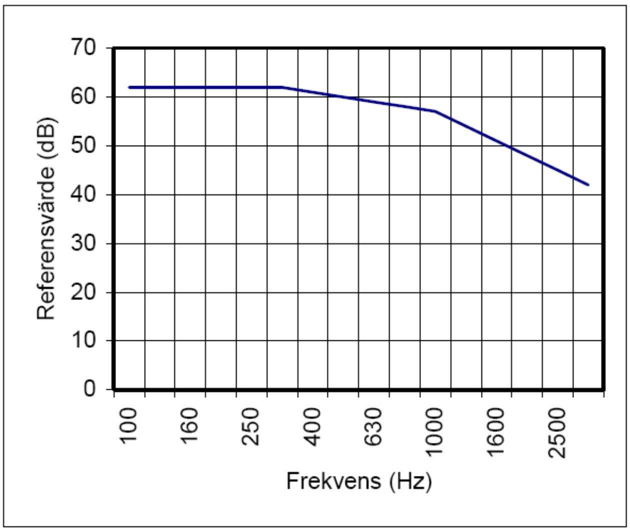


Frekvens, Hz	Ref.värde, dB
100	33
125	36
160	39
200	42
250	45
315	48
400	51
500	52
630	53
800	54
1000	55
1250	56
1600	56
2000	56
2500	56
3150	56

För att beräkna resultatet ska referenskurvan flyttas i steg om 1 dB mot den uppmätta kurvan tills den ogynnsamma avvikelsen är så stor som möjligt, men inte större än 32 dB. En ogynnsam avvikelse vid en speciell frekvens inträffar när resultatet av mätningarna är *mindre* än referensvärdet. Endast ogynnsamma avvikelser beaktas.

Det värde i dB som referenskurvan har vid 500 Hz, efter att ha flyttats enligt detta tillvägagångssätt, är R'_w.

Referenskurva för stegljudisolering:



Frekvens, Hz	Ref.värde, dB
100	62
125	62
160	62
200	62
250	62
315	62
400	61
500	60
630	59
800	58
1000	57
1250	54
1600	51
2000	48
2500	45
3150	42

För att beräkna resultatet ska referenskurvan flyttas i steg om 1 dB mot den uppmätta kurvan tills den ogynnsamma avvikelsen är så stor som möjligt, men inte större än 32 dB. En ogynnsam avvikelse vid en speciell frekvens inträffar när resultatet *överskrider* referensvärdet. Endast ogynnsamma avvikelser beaktas.

Det värde i dB som referenskurvan har vid 500 Hz, efter att ha flyttats enligt detta förfaringssätt, är $L'_{n,w}$.