



Uppgifter 3 – Endimensionell vågutbredning (I)

- En ton med frekvensen $f = 500$ Hz utbreder sig i luft. Beräkna
 - vinkelfrekvensen ω .
 - periodtiden T .
 - våglängden λ .
 - vågtalet k .
- Impedans definieras som $Z = \rho c$ och kan beskrivas som ett motstånd till rörelse (dvs en hög impedans innebär att det krävs ett högt tryck för att åstadkomma en viss partikelhastighet). Utgå från materialdata som ges i tabellen nedan och bestäm våghastighet och impedans (eller specifik impedans) för vågor i följande medium:

Ämne/material	Densitet ρ_0 [kg/m ³]	E-modul/Bulkmodul [Pa]
Luft (22°C)	1.18	$142 \cdot 10^3 (\gamma p_0)$
Sötvatten	998	$2.18 \cdot 10^9$
Stål	7800	$200 \cdot 10^9$
Betong	2300	$26 \cdot 10^9$
Trä	500	$10 \cdot 10^9$

- Luft vid 20°C
 - Luft vid 0°C,
 - Sötvatten vid 20°C.
 - Stål, longitudinell våg i cirkulär stång med diametern 50 mm.
 - Stål, kvasilongitudinell våg (tvärkontraktion försummas inte, $\nu = 0.3$) i samma stång.
 - Stål, skjuvvåg i samma stång
 - Longitudinell våg i träpelare med tvärsnittsmått 125×125 mm.
 - Betong (utan armering) med tvärsnittet 400×400 mm.
- Visa att den komplexa tryckfunktionen $p(x, t) = \hat{p} e^{i(\omega t - kx)}$ uppfyller den endimensionella vågekvationen i luft genom att sätta in i $\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0$
(Ledning: sätt in tryckfunktionen i vågekvationen och derivera, använd att $c = \lambda f$)
 - Våghastigheten för en transversell våg i en sträng är 10 m/s. Vi tänker oss en icke-harmonisk våg. Den transversella förskjutningen vid positionen $x = 0$ är $u(0, t) = 0.1 \cdot (t^2 - t^3)$ m när tiden är mellan $0 < t < 1$ s, och för alla andra tidpunkter är $u(0, t) = 0$.
 - Rita förskjutningen som en funktion av tiden vid positionen $x = 0$.
 - Rita förskjutningen som en funktion av läget vid tiden $t = 1$ s. (Ledning: använd d'Alemberts lösning för att uttrycka förskjutningen på formen $u(x, t)$)
 - Vad är det matematiska uttrycket för förskjutningen som en funktion av tiden vid läget $x = 10$ m? Vad är förskjutningen vid denna position vid tidpunkterna $t = 1$, $t = 1.5$ och $t = 3$ s?



- d. Hur stor är den transversella hastigheten vid $x = 10$ m och $t = 1.5$ s?
e. Hur stor är strängens lutning θ vid $x = 10$ m och $t = 1.5$ s?

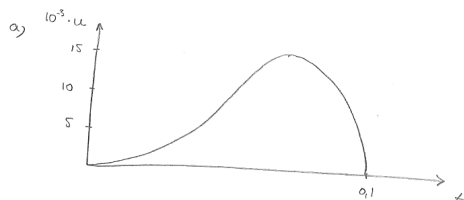
Answers:

1. a) $\omega = 3140$ rad/s
b) $T = 2$ ms
c) $\lambda = 0.68$ m
d) $k = 9.24$ rad/m

2. a) $c = 344$ m/s $Z = 405$ Pa·s/m
b) $c = 331$ m/s $Z = 428$ Pa·s/m
c) $c = 1480$ m/s $Z = 1.48 \cdot 10^6$ Pa·s/m
d) $c = 5060$ m/s $Z = 77.6 \cdot 10^3$ Pa·s/m
e) $c = 5308$ m/s $Z = 81.3 \cdot 10^3$ Pa·s/m
f) $c = 3140$ m/s $Z = 48.1 \cdot 10^3$ Pa·s/m
g) $c = 4470$ m/s $Z = 34.9 \cdot 10^3$ Pa·s/m
h) $c = 3360$ m/s $Z = 1.24 \cdot 10^6$ Pa·s/m

3. Teoretiskt

4.



c)
$$u(10, t) = \begin{cases} 0.1 \cdot ((t-1)^2 - (t-1)^3) & 1 < t < 2 \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad [\text{m}]$$

$$u(10, 1) = 0$$

$$u(10, 1.5) = 0.0125$$

$$u(10, 3) = 0$$

d) $v(10, 1.5) = 0.025$ m/s

e) $\theta(10, 1.5) = -0.0025$ rad